INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Curso de Termodinâmica-GFI 04116

1º semestre de 2008

Prof. Jürgen Stilck

Solução da 1ª Prova

Questão 1

a) A partir de qualquer uma das três equações que estão no enunciado, pode se verificar que a unidade das constantes A e B deve ser J/K (a mesma unidade da entropia).

b) Vamos considerar uma trajetória do estado inicial ao estado final que seja composta por um processo isobárico e outro isocórico: $(V_1, p_1) \to (V_2, p_1)$ e $(V_2, p_1) \to (V_2, p_2)$. No primeiro processo, temos $W_1 = p_1(V_2 - V_1)$ e:

$$Q_1 = (A + B)(T_i - T_1) = \frac{A + B}{A} p_1(V_2 - V_1),$$

Onde i representa o estado intermediário (V_2, p_1). Já no segundo processo, obtemos $W_2 = 0$ e:

$$Q_2 = B(T_2 - T_i) = \frac{B}{A} V_2(p_2 - p_1).$$

Somando todas as contribuições, temos:

$$\Delta U = Q_1 + Q_2 - W_2 = \frac{B}{A}(p_2V_2 - p_1V_1).$$

c) Temos, em geral, que:

$$S_f - S_i = \int_i^f \frac{dQ}{T}.$$

Vamos considerar os mesmos processos do item anterior. Para o processo isobárico, vem:

$$S_i - S_1 = (A+B)\int_{T_1}^{T_i} \frac{dT}{T} = (A+B)\ln\left(\frac{T_i}{T_1}\right).$$

Já para o processo isocórico, obtemos:

$$S_2 - S_i = B\int_{T_i}^{T_2} \frac{dT}{T} = B\ln\left(\frac{T_2}{T_i}\right).$$

Usando a equação de estado, teremos:

$$\frac{T_i}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

e

$$\frac{T_2}{T_i} = \frac{p_2}{p_1}.$$

Substitutindo esses valores nas expressões da variação da entropia, vem:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = (A+B)\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + B\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right).$$

Questão 2

a) Numa expansão livre em recipiente com paredes adiabáticas $Q = 0$ e $W = 0$, de maneira que $\Delta U = Q - W = 0$. Como $U = pV/3$, temos que $p_i V_0 = p_f 2V_0$, e portanto $p_i/p_f = 2$. Considerando a segunda equação de estado do gás, vemos também que $\Delta U = 0$ implica $\Delta T = 0$, logo $T_i/T_f = 1$.

b) Num processo isocórico $W = 0$ e, portanto, $Q = \Delta U$. Assim:

$$Q = \frac{1}{3}V_0(2p_0 - p_0) = \frac{1}{3}p_0 V_0.$$

c) Num processo adiabático infinitesimal $dS = (1/T)dU + (p/T)dV = 0$. Da equação de estado, vem:

$$dU = \frac{1}{3}(pdV + Vdp),$$

logo:

$$dS = \frac{4}{3T}pdV + \frac{1}{3T}Vdp = 0.$$

Assim, num processo adiabático teremos $4pdV + VdP = 0$, ou seja:

$$4\frac{dV}{V} = -\frac{dP}{p}.$$

Integrando essa equação entre os estados (V_i, p_i) e (V_f, p_f), obtemos:

$$\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)^4 = \ln\left(\frac{p_i}{p_f}\right),$$

o que leva a $p_i V_i^4 = p_f V_f^4$ para processos adiabáticos, ou seja $pV^4 = const.$

Questão 3

a) Como AB é uma isoterma, $p_A V_A = p_B V_B$, o que leva a $p_B = p_0$. Como $p_B V_B = RT_B$, teremos $T_B = 2p_0V_0/R$. De maneira análoga, considerando a isoterma CD, concluímos que $p_C = p_0/2$ e aplicando a equação de estado chegamos a $T_C = p_0V_0/R$.

b) Processo AB:

$$W_{AB} = \int_A^B pdV = RT_A \int_{V_0}^{2V_0} \frac{dV}{V} = 2p_0V_0 \ln 2.$$

Como a temperatura é constante, $\Delta U = 0$ e $Q_{AB} = W_{AB} = 2p_0V_0 \ln 2$.

Processo BC: Como o processo é isocórico, $W_{BC} = 0$ e

$$Q_{BC} = \Delta U = \frac{3}{2}R(T_C - T_B) = -\frac{3}{2}p_0V_0.$$

Processo CD:

$$W_{CD} = \int_C^D pdV = RT_C \int_{2V_0}^{V_0} \frac{dV}{V} = -p_0V_0 \ln 2.$$

Como a temperatura é constante, $\Delta U = 0$ e $Q_{CD} = W_{CD} = -p_0V_0 \ln 2$.

Processo DA: Como o processo é isocórico, $W_{DA} = 0$ e

$$Q_{DA} = \Delta U = \frac{3}{2}R(T_A - T_D) = \frac{3}{2}p_0V_0.$$

O trabalho líquido realizado pelo gás no ciclo é: $W = W_{AB} + W_{CD} = p_0V_0 \ln 2$. O calor recebido pelo sistema no ciclo é $Q_1 = Q_{AB} + Q_{DA} = (2\ln 2 + 3/2)p_0V_0$. O rendimento do ciclo é:

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{\ln 2}{2\ln 2 + 3/2} \approx 0,24.$$

c) O rendimento de um ciclo de Carnot operando entre as temperaturas T_B e T_C é:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_C}{T_B} = 0,5.$$

Observamos, em concordância com o teorema discutido em aula, que $\eta_C > \eta$.

d) Num ciclo, o gás fornece o trabalho $W = p_0 V_0 \ln 2$. A potência da máquina é. portanto, igual a:

$$P = fW = f p_0 V_0 \ln 2.$$